

ISTITUZIONI DI GEOMETRIA 2018/19

COMPITO 4 LUGLIO 2018

Esercizio 1 (8 punti). Sia M una varietà differenziabile, non necessariamente orientabile. Mostra che esiste un fibrato vettoriale $E \rightarrow M$ di rango 1 tale che E sia una varietà orientabile.

Esercizio 2 (8 punti). Dimostra l'identità di Jacobi: dati tre campi vettoriali X, Y, Z su M , vale

$$[[X, Y], Z] + [[Y, Z], X] + [[Z, X], Y] = 0.$$

Esercizio 3 (8 punti). Siano $r, s, t \subset \mathbb{R}^3$ tre rette distinte passanti per l'origine. Determina tutti i gruppi di coomologia della varietà $\mathbb{R}^3 \setminus (r \cup s \cup t)$.

Esercizio 4 (8 punti). Costruisci una connessione ∇ su \mathbb{R}^3 che sia compatibile con il tensore metrico euclideo ma che non coincida con la connessione di Levi-Civita di \mathbb{R}^3 euclideo.

Riesci a determinare (a meno di riparametrizzazione) le geodetiche rispetto alla connessione ∇ che hai scelto?